

ФАРАДЕЕВСКОЕ ВРАЩЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА  
В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ КВАНТОВОЙ ПРОВОЛОКЕ

Т.Г.ИСМАИЛОВ<sup>1</sup>, Г.Г.ДЖАБРАИЛОВА<sup>2</sup>  
<sup>1</sup>Бакинский Государственный Университет,  
<sup>2</sup>Институт Физики НАН Азербайджана,

*Исследован межзонный эффект Фарадея в квантовой проволоке с параболическим потенциалом конфайнмента. Найдено аналитическое выражение для угла вращения плоскости поляризации линейно поляризованного излучения. Показано, что кривая вращения содержит резонансные пики из-за наличия размерного квантования и квантующего магнитного поля. Также показано, что вращение плоскости поляризации должно иметь место и в отсутствие магнитного поля.*

### 1. Введение

В настоящее время для получения сверхплотной записи информации используется магнитная запись с тепловым воздействием [1]. Однако, тепловые механизмы, имеющие место при записи, существенно ограничивают такого вида памяти: характерные времена исчисляются наносекундами, более того, требуется дополнительное время для отвода тепла, что приводит к дополнительным ограничениям на частоту повторения. Таким образом, быстродействие памяти вряд ли может превысить нескольких ГГц. Оптическое воздействие снимает эти ограничения [2].

В последнее время как в связи с проблемой сверхплотной записи информации, так и с целью создания приборов и устройств спинтроники интенсивно исследуются низкоразмерные полупроводниковые электронные системы. В связи с этим представляет интерес исследование эффекта Фарадея [3,4] и обратного эффекта Фарадея в таких системах.

В настоящей работе исследуется межзонный эффект Фарадея в полупроводниковой квантовой проволоке с параболическим потенциалом конфайнмента. В таких системах из-за ограничения движения по двум направлениям электронный спектр частично дискретен.

Угол вращения для плоскости поляризации света с энергией  $E = \hbar\omega$  дается выражением [3]

$$\Theta = CE \sum_{c,v} \frac{E - (E_c - E_v)}{[E - (E_c - E_v)]^2 + \Gamma^2} \left[ \left| \langle c | e^+ P_- | v \rangle \right|^2 - \left| \langle c | e^- P_+ | v \rangle \right|^2 \right], \quad (1)$$

где  $E_c$  и  $E_v$  - энергетические спектры носителей в зоне проводимости и валентной зоне, соответственно,  $\Gamma$ -параметр уширения для переходов  $v \rightarrow c$ ,  $e_{\pm} = (e_x \pm ie_y) / \sqrt{2}$  соответствуют правой и левой поляризациям  $C \propto \frac{L_z}{\hbar c n}$ . Из выражения (1) видно, что вычисление угла вращения сводится в конечном счете, к вычислению матричных элементов  $\langle c | e_{\pm} P_{\mp} | v \rangle$ . Для их вычисления мы использовали спектр и волновые функции для электронов и дырок в квантовой проволоке с параболическим потенциалом конфайнмента в квантующем магнитном поле.

## 2. Спектр и волновые функции

Рассмотрим квантовую проволоку с круговым сечением, помещенную в продольное магнитное поле  $\vec{H} \parallel z n_z$ , с векторным потенциалом  $\vec{A} = (Hy/2, Hx/2, 0)$ . Квантовая проволока характеризуется с параболическим конфайнментом на плоскости  $(x, y)$ . Невозмущенный гамильтониан одноэлектронных бесспиновых состояний будет иметь вид

$$H = \frac{1}{2m_{0e}} \left( \vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 + \frac{m_{0e} \omega_0^2 \rho^2}{2}, \quad (2)$$

где  $\omega_0$  - частота, соответствующая параболическому потенциалу,  $\vec{p}$  - импульс электрона,  $m_{0e}$  - эффективная масса электрона,  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

Уравнение Шредингера в цилиндрических координатах, для электрона зоны проводимости имеет вид

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_{0e}} \left( \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) - \frac{i\hbar \omega_B}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{m_{0e} \omega_B^2 \rho^2}{8} + \frac{m_{0e} \omega_0^2 \rho^2}{2} \right\} \psi = E \psi. \quad (3)$$

Здесь  $\omega_B = \frac{eB}{m_{0e} c}$  - циклотронная частота электрона,  $e$  - заряд электрона,  $c$  - скорость света. Решение уравнения (2) ищем в виде

$$\psi(\rho, \varphi, z) = \frac{e^{im_c \varphi} e^{ik_z z}}{\sqrt{2\pi} \sqrt{L_z}} e^{-\frac{x}{2} \frac{|m_c|}{x^2}} u(x), \quad (4)$$

где  $m_c = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ; азимутальное квантовое число,  $L_z$  - длина проволоки,

$x = \frac{\rho^2}{2l_e^2}$ ,  $l_e = \sqrt{\frac{\hbar}{m_{0e} \Omega_e}}$  - магнитная длина,  $\Omega_e = \sqrt{\omega_B^2 + 4\omega_0^2}$ .

Подставив (3) в (2) получим следующее уравнение для  $u(x)$ :

$$x \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x^2} + (1 - x + |m_c|) \frac{\partial u(x)}{\partial x} + n_r u(x) = 0. \quad (5)$$

(4)- это уравнение вырожденной гипергеометрической функции [5].

$$u(x) = F(-n_r, 1 + |m_c|, x), \quad (6)$$

где

$$n_r = \frac{1}{\hbar\Omega} \left( E - \frac{p_z^2}{2m_{0e}} - \frac{\hbar\omega_B}{2} m_c \right) - \frac{1}{2} (1 + |m_c|).$$

Спектр электрона находится из граничного условия

$$F(-n_r, 1 + |m_c|, x_0) = 0,$$

где  $x_0 = \frac{R^2}{2l_e^2}$ ,  $R$ -радиус квантовой проволоки.

Для энергии электрона проводимости получаем следующее выражение:

$$E(n_r, m_c) = \frac{\hbar\omega_B}{2} m_c + \frac{\hbar\Omega}{2} (2n_r + |m_c| + 1) + \frac{p_z^2}{2m_{0e}}, \quad (7)$$

$n_r = (n_c - |m_c|) / 2$  - радиальное квантовое число,  $n_c = 0, 1, 2, \dots$  - главное квантовое число,  $m_c = -n_c, -n_c + 2, \dots, n_c$  - азимутальное квантовое число. Для того, чтобы выражение (5) было конечным,  $n_r$  должно равняться только целым неотрицательным числам.

В итоге для волновой функции (3) имеем следующее выражение:

$$\Psi_{n_c, m_c, k_z} = \frac{1}{l_e \sqrt{2\pi}} (A_{n_c, m_c})^{-\frac{1}{2}} e^{im_c \varphi - \frac{\rho^2}{4l_e^2}} \left( \frac{\rho^2}{2l_e^2} \right)^{\frac{|m_c|}{2}} L_{n_r}^{|m_c|} \left( \frac{\rho^2}{2l_e^2} \right) \frac{e^{ik_z z}}{\sqrt{L_z}}. \quad (8)$$

Здесь мы использовали соотношения  $F(-n_r, 1 + |m_c|, x) = \frac{n_r!}{(|m_c| + 1)_{n_r}} L_{n_r}^{|m_c|}(x)$ ,

$$A_{n_c m_c} = \int_0^{x_0} e^{-x} x^{|m_c|} \left[ L_{n_r}^{|m_c|} \left( \frac{\rho^2}{2l_e^2} \right) \right]^2 dx . \quad (9)$$

Энергетический спектр и волновые функции для дырок имеют вид:

$$E_{n_r, m_v} = -E_g - \frac{\hbar\omega_B}{2} m_v - \frac{\hbar\Omega}{2} (2n_r + |m_v| + 1) - \frac{P_z^2}{2m_{0h}} , \quad (10)$$

$$\Psi_{n_r, m_v, k_z} = \frac{1}{l_e \sqrt{2\pi}} (A_{n_r, m_v})^{-\frac{1}{2}} e^{im_v \varphi - \frac{\rho^2}{4l_h^2}} \left( \frac{\rho^2}{2l_h^2} \right)^{\frac{|m_v|}{2}} L_{n_r}^{|m_v|} \left( \frac{\rho^2}{2l_h^2} \right) \frac{e^{ik_z z}}{\sqrt{L_z}} . \quad (11)$$

Здесь  $E_g$  ширина запрещенной зоны объемного полупроводника. Выражение для  $A_{n_r, m_v}$  находятся из  $A_{n_c m_c}$  подстановкой  $n_r, m_v \rightarrow n_c, m_c$  .

### 3. Вычисление угла вращения

В (1) после интегрирования по  $k_z$  , для угла фарадеевского вращения получаем выражение

$$\theta = C'E \sum_{n_r, m_v} \sum_{n_c, m_c} \alpha^{2(|m_v|+1)} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{A-E+i\Gamma}} + \frac{1}{\sqrt{A-E-i\Gamma}} \right) \times \left\{ \left[ (A_{n_c m_c} \cdot A_{n_r m_v})^{-1/2} \cdot I_{n_c m_c} \cdot \delta_{m_c, m_v+1} \right]^2 - \left[ (A_{n_c m_c} \cdot A_{n_r m_v})^{-1/2} \cdot I_{n_c m_c} \cdot \delta_{m_c, m_v-1} \right]^2 \right\} , \quad (12)$$

$$C' = C \frac{P_{cv}^2 \sqrt{2\mu}}{16\hbar\pi R^2} , \quad \mu = \frac{m_{0e} m_{0h}}{m_{0e} + m_{0h}} ,$$

$P_{cv} = \langle S | P_z | Z \rangle$  -межзонный матричный элемент Кейна

$$A = E_c(n_r, m_c) + E_v(n_r, m_v) + E_g , \quad (13)$$

$$E_{c(v)}(n_r, m_{c(v)}) = \frac{\hbar\omega_B}{2} m_{c(v)} + \frac{\hbar\Omega_{e(h)}}{2} (2n_r + |m_{c(v)}| + 1) , \quad (14)$$

$$\Omega_{e(h)} = \sqrt{\omega_B^2 + 4\omega_{0e(h)}^2} . \quad (15)$$

Параболические частоты  $\omega_{0e(h)}$  квантовой проволоки определяются формулой,

$$\omega_{0e(h)} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{2\Delta_{e(h)}}{m_{e(h)}}} ,$$

где  $\Delta_{e(h)}$  - высота барьера для зоны проводимости (валентной зоны)

$$I_{n_c m_c; n_v m_v} = \int_0^{x_0} L_{n_r}^{|m_c|}(x) L_{n_r}^{|m_v|}(x \alpha^2) e^{-\frac{x}{2}(1+\alpha^2)} x^{(|m_v|+|m_c|)/2} dx , \quad (16)$$

$$x_0 = \frac{R^2}{2l_e^2} , \quad \alpha = \frac{l_e}{l_h} . \quad (17)$$

Вычисление матричных элементов  $\langle c|e_{\pm} P_{\mp}|v\rangle$  дают правила отбора.

$$\Delta m = \pm 1$$

Из анализа полученной формулы следует, что на кривой зависимости угла вращения от частоты падающего света должны наблюдаться резкие пики из-за наличия размерного квантования и квантующего магнитного поля. С уменьшением радиуса квантовой проволоки для данного магнитного поля также с увеличением магнитного поля при данном радиусе проволоки высота пиков растет, и они смещаются в сторону больших энергий. Из (12)-(17) видно, что даже если  $B=0$ , угол вращения отличается от нуля и мы наблюдаем вращение плоскости поляризации благодаря параболического потенциала. Для анализа фарадеевского вращения мы использовали физические параметры для параболической квантовой проволоки GaAs/AlGaAs.  $E_g=1.5\text{eV}$ ,  $m_e=0.067m_0$ , и  $m_h=0.45m_0$  (для тяжелых дырок). Высота барьеров для электронов и дырок  $\Delta_e = 255\text{meV}$  и  $\Delta_h=170\text{meV}$ . На рисунках 1-3 мы показываем зависимость угла фарадеевского вращения (ФР) от энергии падающего света для различных магнитных полей  $B=0$  Т,  $B=7$  Т и  $B=16$  Т. Мы использовали для параметра уширения  $\Gamma=20$  meV, для радиуса проволоки  $R=100$  Å.

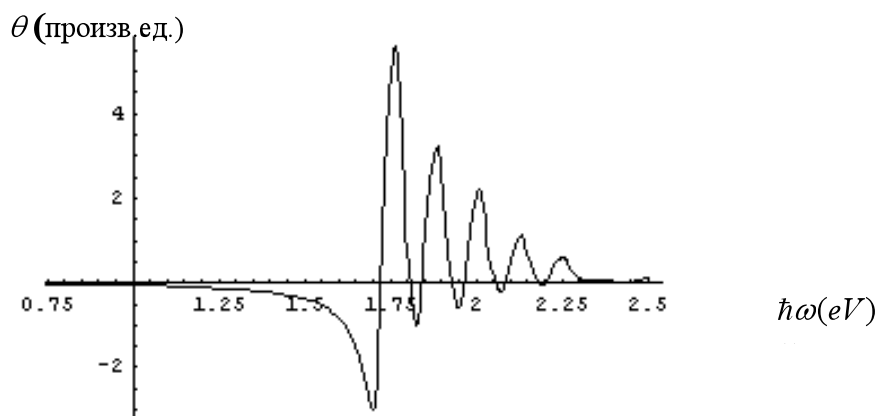


Рис.1. Зависимость угла ФР от энергии падающего света для  $B=0$  Т

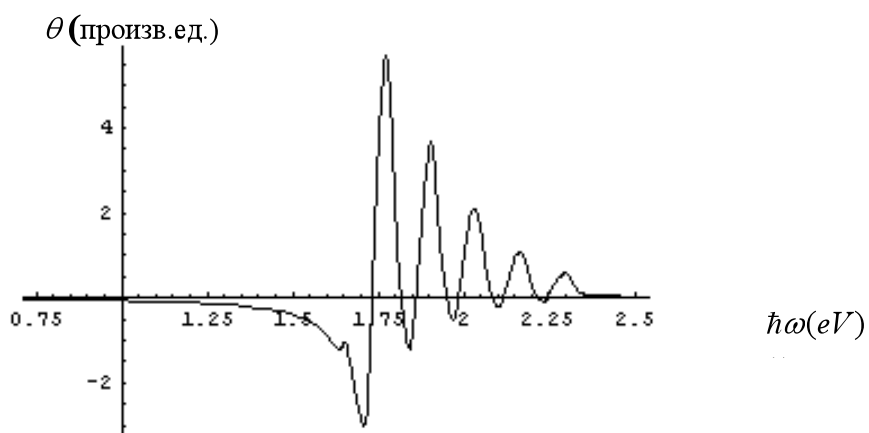


Рис.2. Зависимость угла ФР от энергии падающего света для  $B=7$  Т

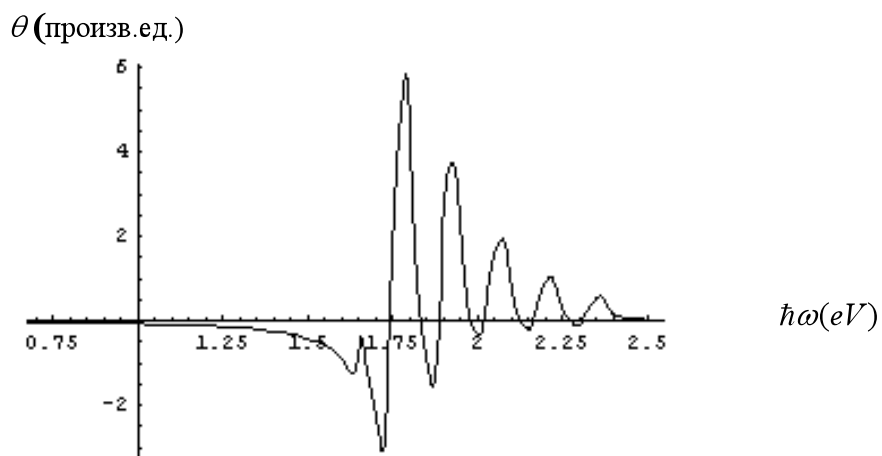


Рис.3. Зависимость угла ФР от энергии падающего света для  $B=16$  Т

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бюллетень МАГО, т.3 ,№4. Преодоление суперпарамагнитного предела. стр.4 (2002)
2. Kimel A.V., Kirilyuk A., Rasing Th., Pisarev R.V.: Ultrafast manipulation of spins in antiferromagnetic materials: New avenue in magnetic memory? J.Magn.Soc.Japan, 29 (2005) pp.523-528.
3. Meier F., Cerletti, V.etc.Phys.Rev.B 69, 195315 (2004)
4. Meier F., Awschalom D.D., Phys.Rev.B 71,205315(2005)
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1973 ,832с.

#### YARIMKEÇİRİCİ KVANT MƏFTİLİNDƏ İŞİĞİN POLYARİZASIYA MÜSTƏVİSİNİN FARADEY FİRLANMASI

T.H.İSMAYILOV, G.H.CƏBRAYILOVA

#### XÜLASƏ

Zonalararası Faradey effekti parabolik potensiallı yarımkeçirici kvant məftilində tədqiq edilmişdir. Xətti polyarlaşmış işığın polyarizasiya müstəvisinin fırlanma bucağı üçün analitik ifadə alınmışdır. Ölçü kvantlanması və güclü maqnit sahəsi hesabına fırlanma əyrisində rezonans pikləri müşahidə olunur. Maqnit sahəsi olmayan halda belə, işığın polyarizasiya müstəvisinin fırlanması müşahidə olunur.

#### THE FARADAY ROTATION OF THE PLANE OF POLARIZATION OF A LIGHT IN A SEMICONDUCTOR QUANTUM WIRE

T.G.ISMAILOV, G.G.JABRAILOVA

#### SUMMARY

The interband Faraday effect is investigated in a quantum wire with parabolic confinement potential (QW). The Faraday rotation angle is calculated as a function of an incident light frequency, magnetic field and QW size. It is shown that the Faraday rotation contains the resonance peaks which result from the geometric confinement of electrons and holes, and from the high magnetic field. In the absence of a magnetic field it is observed rotation of the plane of polarization of a light.